Weiterentwicklung der Aufgabenkultur

Beiträge von **Waltraud Habelitz-Tkotz, Christoph Hammer, Angelika Maul, Bernhard Sauermann, Gerhard Steinbach, Dr. Burkhard Zühlke**
Redaktionelle Bearbeitung **Bernhard Sauermann**

Von einer Weiterentwicklung der Aufgabenkultur können vielversprechende Impulse für den Unterricht ausgehen. Das soll in diesem Kapitel an Hand einiger Beispiele erläutert werden.
Wenn hier von einer Weiterentwicklung gesprochen wird, so bedeutet dies nicht, dass der bisherige Weg abgewertet werden soll. Vielmehr ist an eine Ergänzung, an eine Bereicherung der bereits bestehenden und auch bewährten Aufgabenkultur gedacht.
»Die Expertise[1] geht davon aus, dass Aufgaben für die Motivierung des Lernens und für ein verständnisvolles Erschließen, Üben und Konsolidieren von Wissen eine zentrale Rolle spielen. Dementsprechend sieht sie in der Weiterentwicklung von Aufgabenstellungen und der Form ihrer Bearbeitung ein beträchtliches Potential zur Verbesserung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts.«[2]
Über mehr als zwei Jahre wurden zum einen *veränderte Aufgabenstellungen* und zum anderen *neuartige Methoden der Aufgabenbearbeitung* erprobt und dabei zum größten Teil sehr positive Erfahrungen gemacht.

1_BLK, **Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung**; Heft 60 (Gutachten zur Vorbereitung des Programms »Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts«)
2_Erläuterung zum Modul 1, S. 3 (**http://blk.mat.uni-bayreuth.de/material/ipn.html**)

1. Umgang mit Aufgaben

Viele der folgenden Aufgaben sind alte Bekannte – teilweise sind sie sogar aus Schulbüchern übernommen. Manchmal wurden sie ein wenig variiert, neu ist bei den Beispielen in diesem Abschnitt aber vor allem die Art und Weise des Einsatzes der Aufgaben im Unterricht.
Der herkömmliche Mathematikunterricht ist weitgehend durch das gemeinsame Erarbeiten von Aufgaben und die Präsentation eines Lösungsweges an der Tafel geprägt. Darauf wird bei den in diesem Abschnitt beschriebenen Vorgehensweisen ganz oder teilweise verzichtet.
Es entstehen *offene Unterrichtssituationen*, die unter anderem durch folgende Merkmale gekennzeichnet sein können:

Offene Unterrichtssituationen

- → *Die Schüler sind eine begrenzte Zeit während des Unterrichts auf sich allein gestellt.*
- → *Partnerarbeit und Austausch innerhalb der Klasse sind nicht nur erlaubt, sondern werden vom Lehrer angeregt.*
- → *Es werden Aufgaben gestellt, die verschiedene Herangehensweisen ermöglichen (Probieren, Messen, Schätzen, Vermuten, …).*
- → *Die Aufgaben können durch Rückführung auf vorhandenes Wissen, das als Grundwissen zur Verfügung steht, gelöst werden.*
- → *Schüler stellen ihre Lösungen selbst vor.*

→ *In der Hausaufgabe findet eine Variation der Aufgabe statt.*
→ *Das Aufgabenmaterial ist im Anspruchniveau differenziert (auch schwächere Schüler sollten Einstiegsmöglichkeiten haben).*

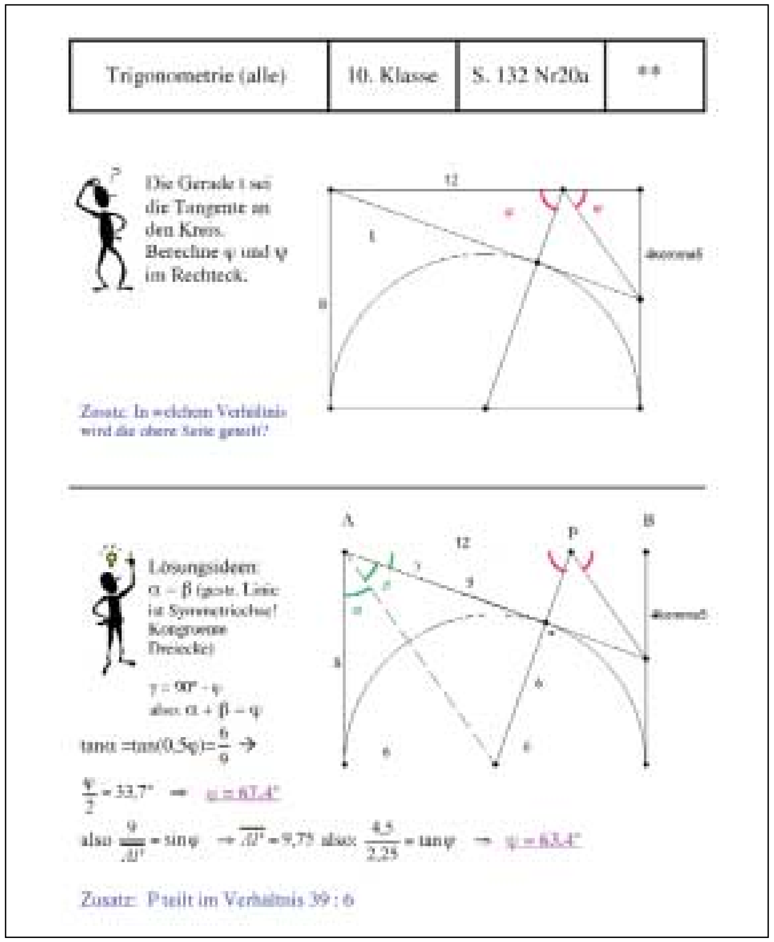
Die folgenden Beispiele sollen verdeutlichen, wie solche offenen Unterrichtssituationen geschaffen werden können.

Eigenverantwortliche Aufgabenbearbeitung

→ *Seite 50: Eigenverantwortliches Lernen*

Warum steht denn nichts an der Tafel?

Immer wieder wird der Ruf nach Eigenverantwortung laut. Aber Eigenverantwortung will auch gelernt sein. Bei der hier beschriebenen Art von Aufgabenbearbeitung werden die Schüler deshalb gezwungen, selbst Verantwortung für ihren Lernerfolg zu übernehmen. Der Lehrer greift nur dann helfend oder unterstützend ein, wenn er dazu aufgefordert wird.
Die folgende Aufgabe wurde unverändert aus dem eingeführten Lehrbuch übernommen. Allerdings wird nicht – wie bisher üblich – eine Lösung an der Tafel erarbeitet. Die Schüler müssen selbst aktiv werden.



Diese und weitere vier bis fünf zu selben Themenkreis gehörende Aufgaben werden mit vollständiger Lösung auf Karteikarten geschrieben und auf dem Pult ausgelegt (vorne die Aufgabenstellung, hinten die Lösung).
Die Schüler bearbeiten die Aufgaben in Kleingruppen. Wenn sie Hilfe benötigen, müssen sie mit der vorliegenden Lösung bzw. mit den Ratschlägen des Lehrers zurechtkommen. Für den Hefteintrag und die Vollständigkeit der Lösung sind sie selbst verantwortlich.
Im Gegensatz zum Arbeiten mit Hilfekarten müssen die Schüler hier im Bedarfsfall eine fertige Lösung analysieren und dann einen eigenen Lösungsweg erstellen. Gute Schüler, die keine Hilfestellung benötigen, können ihre Ergebnisse mit denen auf den Lösungskarten vergleichen und direkt zur nächsten Aufgabe übergehen, ohne auf die langsameren Schüler warten zu müssen.

→ *S.55: Aufgabenlösen mit Hilfekarten*

Natürlich wäre es einfach, die Lösung lediglich abzuschreiben, aber das ist bis jetzt noch *nie* passiert.
So überzeugend die positiven Effekte dieser Arbeitsweise sind, so problematisch können erste Versuche ausfallen. Auch die Schüler müssen sich an neue Arbeitsweisen gewöhnen. Wer nach vielen Jahren Frontalunterricht erwartet, dass sie wie von selbst mit dieser Arbeitsweise zurechtkommen, wird vermutlich zunächst enttäuscht werden.

Verschiedene Lösungswege

»Können wir das auch so machen?« oder: Verschiedene Lösungswege[3]

Es kann sinnvoll und bereichernd sein, mehrere Lösungswege erarbeiten zu lassen. Dazu müssen keine neuen Aufgaben erfunden werden. Oft genügt es, bekannte Aufgabenstellungen mit anderen Augen zu betrachten.
Ein derartiges Vorgehen ermöglicht den Schülern motivierende Erfahrungen, die mathematisches Denken und Problemlösung fördern: Sie können eigene Lösungswege entdecken und ihre Lösungsstrategien vor der Klasse präsentieren.
In einem anschließenden Gespräch können die Vorzüge der einzelnen Lösungswege dargestellt bzw. diskutiert werden. Wo nutzt der Alltagsverstand? Wann ist eine algebraische Lösung vorzuziehen oder wann geht es mit »Versuch und Irrtum« am schnellsten? Diese und ähnliche Fragen können hier behandelt werden.

3_**»Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur«**, Handreichung für den Mathematikunterricht am Gymnasium, ISB 2001, S.59 ff

Beispiel:

Im Dschungel

56 Geier, bekannt aus dem Dschungelbuch, haben gerade das Aas verspeist und sitzen gelangweilt auf drei Bäumen herum. »Was fangen wir an?« sagt einer. »Weiß nicht« gähnt ein anderer. Vor Langeweile fliegen 4 Geier vom ersten auf den zweiten und 9 vom zweiten auf den dritten Baum. Nun sind auf dem zweiten Baum doppelt so viele Geier wie auf dem ersten und auf dem dritten doppelt so viele wie auf dem zweiten.

Wie viele Geier saßen ursprünglich auf jedem Baum?

Die Aufgabe – so »normal« sie klingt – kann auf ganz verschiedene Arten gelöst werden. Dem Mathematiklehrer kommt wohl zunächst der Lösungsweg über Gleichungssysteme in den Sinn:

Lösungsweg 1

Weg ❶

x, y, z seien die ursprünglichen Anzahlen der Vögel auf den Bäumen 1, 2 bzw. 3.

Dann ergeben sich drei Gleichungen mit drei Unbekannten

I.	$x + y + z = 56$
II.	$2(x - 4) = y - 5$
III.	$2(y - 5) = z + 9$

Bei diesem formal ablaufenden Weg ist das lineare Gleichungssystem zu lösen.

Ein anderer Weg kommt ohne Gleichungen aus. Er basiert – auch wenn Schüler das sicher nicht so formulieren – auf der Einsicht, dass die Anzahl der Geier invariant ist:

Lösungsweg 2

Weg ❷

x = Anzahl der Geier auf dem ersten Baum nach dem Geierflug

→ 2x = Anzahl der Geier auf dem zweiten Baum

→ 4x = Anzahl der Geier auf dem dritten Baum;

also ist die Gesamtzahl der Geier 7x.

Dieses Ergebnis lässt sich auch leicht anschaulich ohne Variable formulieren und begründen: Die Gesamtanzahl der Geier ist 7-mal so groß wie die Anzahl der Geier auf dem ersten Baum.

Die Anzahl der Geier ist vor und nach dem Flug gleich.

Wegen 56 : 7 = 8 sind es nach den Geierflug also 8 auf dem ersten, 16 auf dem zweiten und 32 auf dem dritten Baum. Zurückrechnen auf die Startsituation ergibt die Lösung der Aufgabe.

Warum sind viele Lehrkräfte nicht zufrieden, wenn Schüler über Schätzen und Nähern zum Ergebnis kommen? Oft wird beklagt, dass Schüler ihre Ergebnisse nicht richtig einordnen können, jedoch wird ihnen kaum Gelegenheit geboten, diese Fähigkeit zu trainieren. Eine in diesem Zusammenhang durchaus diskussionswürdige Alternative zeigt ein dritter Weg:

Lösungsweg 3

Weg ❸

Die Schüler starten mit einer groben Abschätzung, etwa 10, 20 und 26 und nähern sich dem tatsächlichen Ergebnis. Es ist jedoch nicht so einfach, einen guten Startwert zu finden. Reines Raten führt nur mühsam oder mit viel Glück zum Ziel.

Das abschließende Gespräch, welche Variante welche Vorzüge oder Nachteile mit sich bringt, wird mit Sicherheit sehr spannend und bereichernd für alle Beteiligten.

Ganz auf sich selbst gestellt

Entdecken von Lösungsstrategien

Eigentätigkeit und Entdecken von Lösungsstrategien steht bei dieser Unterrichtsform in Vordergrund. Die Schüler sollen ganz bewusst Lösungswege erproben. Im Vordergrund stehen dabei zunächst oft Verfahrensweisen wie Messen und Abschätzen, Vermuten und Verwerfen. Dass am Ende eine mathematische Überprüfung folgt, wird gerade von besseren Schülern meist mit der Frage gefordert: »Geht das immer oder war das nur Zufall?«

Wenn die Schüler Lösungswege und Methoden erforschen sollen, müssen sie zeitweise vollkommen selbstständig arbeiten. Der Lehrer hat die Aufgabe, Schülern weiterführende Tipps zu geben, oder Schüler, die sich hoffnungslos verirrt haben, wieder auf einen gangbaren Weg zu bringen.

Beispiel:

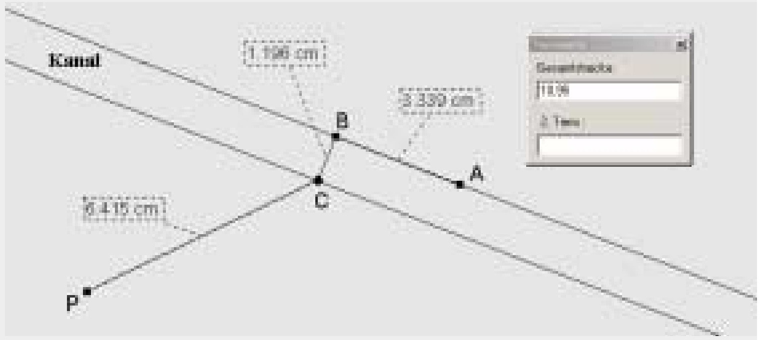
Aufgabenstellung

Die Kanalüberquerung[4]

Anton befindet sich zusammen mit Freunden im Punkt A. Sie möchten auf möglichst kurzem Weg ihren Freund Peter in P erreichen. Dazu müssen sie den abgebildeten Kanal (keine Strömung) mit ihrem selbstgebauten Floß überqueren. Da dieses Floß sehr unsicher ist, sollten sie unbedingt den kürzesten Weg übers Wasser nehmen, um die Gefahr des Kenterns möglichst gering zu halten.

Welcher Weg ist am kürzesten?

Zeichne die Punkte B und C ein, die in dieser Hinsicht optimal liegen. Begründe deine Antwort geometrisch.



Die Aufgabe wird den Schülern am Computer als Datei präsentiert, die auf dem Hintergrund einer dynamischen Geometriesoftware läuft. Dadurch wird es ihnen ermöglicht, selbst Veränderungen an der gegebenen Konstruktion vorzunehmen, d. h. Punkte zu verschieben (z. B. hier Punkt B), neue Objekte einzuzeichnen und Messungen von Streckenlängen und Winkeln durchzuführen.

Die Schüler können sich zunächst experimentell mit der Situation vertraut machen, an ihr »herumspielen«, eigene Vermutungen entwickeln und mit Nachbarn diskutieren.

Der Lehrer beobachtet währenddessen die Arbeitsfortschritte der Schüler. Zu gegebener Zeit kann er eine Lösungsdatei einspielen, die eine selbstständige Kontrolle ermöglicht.

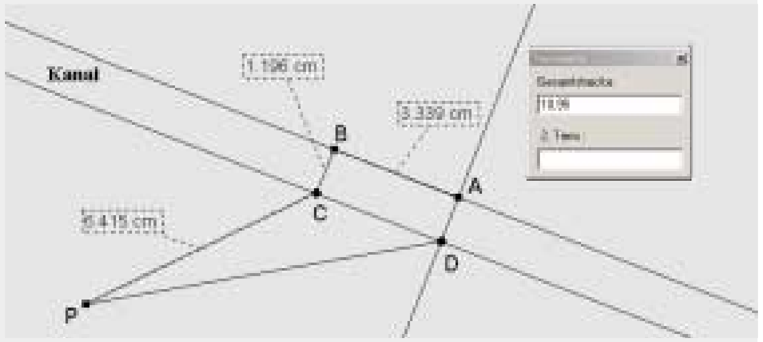
Lösung

ADP ist der kürzeste Weg!

Die Strecken [AB] und [DC] sowie [BC] und [AD] haben die gleiche Länge.

Also ist der Weg über ABCP ebenso lang wie der Weg über ADCP. Dieser Weg ist dann am kürzesten, wenn C und D zusammenfallen.

4_Siehe auch: **»Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur«**, Handreichung für den Mathematikunterricht am Gymnasium, ISB 2001, S. 82 f.



Im Anschluss daran wird die einfache Einstiegsaufgabe variiert und der Schwierigkeitsgrad schrittweise erhöht. Als nächstes Problem bietet sich z. B. an, den Startpunkt A nicht an das Kanalufer zu legen.

2. Veränderung der Aufgabenstellung

Lag bei den bisher vorgestellten Beispielen der Schwerpunkt auf der Art und Weise des Aufgabeneinsatzes im Unterricht, so geht es nun um die Aufgaben selbst.

Neue Aufgabenstellungen können durchaus von bekannten Problemen ausgehen. An dieser Stelle soll erläutert werden, wie man aus herkömmlichen »neue« Aufgaben entwickeln kann. Meist sind es nur kleine Schritte, die aber einer bestimmten Methode folgen.

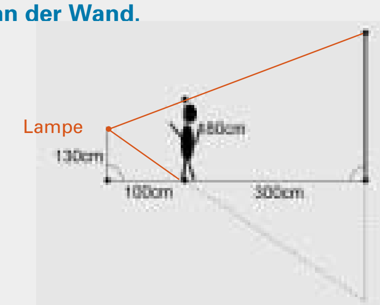
Aus verschiedenen Perspektiven beleuchten

Verschiedene Perspektiven

Lehrbuchaufgabe

Folgende Aufgabe stammt aus einem Lehrbuch:

→ Berechne mit Hilfe der angegebenen Maße die Höhe des Schattens an der Wand.



Natürlich wird zur Lösung üblicherweise der Strahlensatz verwendet. Aber hier gibt es auch andere Wege, die auch durchaus nebeneinander diskutiert werden können.
»Das geht doch mit dem Steigungsdreieck!« ruft plötzlich ein Schüler. »Auf einen Meter geht's 50 cm rauf, also ist der Schatten 3,3 m lang.«
Eigentlich schade, wenn jetzt schon alles vorbei ist.

1. Variation

Denn nun kann wunderschön variiert werden.

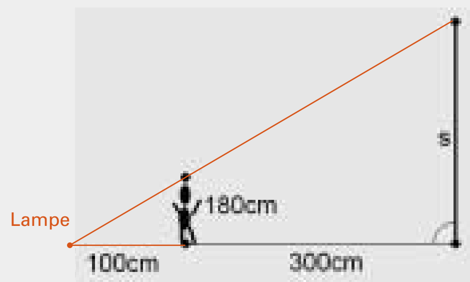
→ Auf welcher Höhe müsste die Lampe installiert werden (wenn sie nur nach oben oder unten verschiebbar ist), damit der Schatten 30 cm länger wird? (Skizze!)

Dieses Problem geht über eine rein mechanische Behandlung des Strahlensatzes hinaus, denn es muss verstanden werden, dass der Kopf der Puppe zum neuen Zentrum wird, aber das Verhältnis von 1 zu 3 erhalten bleibt.

2. Variation

Oder:

→ Wie hoch wird der Schatten, wenn die Lampe am Boden befestigt wird?



Hier geht es noch einmal um das konstante Verhältnis 1 zu 3 oder auch den linearen Zusammenhang von Puppenhöhe und Schatten.

3. Variation

Wer immer noch dran bleiben will:

→ Wie lang wird der Schatten, wenn die Puppe in die Mitte (oder bis auf einen Meter an die Wand) zwischen Wand und Lampe gerückt wird?

Bei diesen Variationen bietet sich die Präsentation mit einem dynamischen Geometrieprogramm an.

»What-if-not« – Aufgabenvariation

Variieren von Aufgaben

Durch Verändern oder Weglassen einzelner Angaben können altbekannte Aufgaben Gewinn bringend abgewandelt werden. Dies soll im folgenden Beispiel anhand des Irrationalitätsbeweises von $\sqrt{2}$ dargestellt werden. »Der Irrationalitätsbeweis für $\sqrt{2}$ bleibt angelernt und isoliert, wenn er nicht durch Variation ausgedehnt wird. Weiterdenken nach einem Ergebnis statt Übergehen zur nächsten Aufgabe macht oftmals den neuen Sachverhalt und mehr noch dessen Bedeutung und Grenzen erst wirklich einsichtig.«[5]
Die im Folgenden vorgeschlagene Ausarbeitung dieser Idee kann leicht nach eigenen Vorstellungen abgewandelt werden.

5_Hans Schupp: **»Aufgabenvariationen im Mathematikunterricht«**, S. 13 **(http://blk.mat.uni-bayreuth.de/material/mathe.html)**

Ausgehend vom geometrischen Problem der Verdopplung der Fläche eines Einheitsquadrats wird $\sqrt{2}$ eingeführt. Mit Hilfe des üblichen Verfahrens der Intervallschachtelung verschafft man sich einige Dezimalen dieser Zahl. Es stellt sich die Frage, ob diese Dezimalbruchentwicklung periodisch wird oder nicht:

Aufgabe ❶: Ist $\sqrt{2}$ eine rationale oder irrationale Zahl?
Für den Nachweis, dass $\sqrt{2}$ irrational ist, wird eine Beweisvariante gewählt, die sich leicht variieren lässt.
Beweis (durch Widerspruch): Wir nehmen an, dass $\sqrt{2}$ eine Bruchzahl ist. Dann lässt sie sich als Quotient zweier natürlicher Zahlen schreiben: $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$
wobei n und m natürliche Zahlen sind.
Durch Quadrieren und Umformen folgt sofort die Gleichung $n^2 = 2m^2$. In der Primfaktorenzerlegung einer Quadratzahl kann der Primfaktor 2 nur in gerader Anzahl auftreten. Also ist in n^2 der Primfaktor 2 in gerader Anzahl enthalten, in $2m^2$ dagegen in ungerader Anzahl. Widerspruch! Das bedeutet, dass $\sqrt{2}$ eine irrationale Zahl sein muss, also ihr Dezimalteil nicht-periodisch und unendlich ist.

Ausgangspunkt ist eine **Initiaaufgabe**, mit der eine typische Strategie erarbeitet wird, die als Grundlage für die weiteren Arbeiten an ähnlichen Problemstellungen dient.

Eine nahe liegende Variation der Aufgabe ❶ ist es nun, statt des Radikanden 2 die Nachfolgerzahlen 3 oder 4 zu untersuchen.

Nun wird **»gewackelt«**, d. h. es werden geringfügige Änderungen vorgenommen. Die Strategie bleibt aber im Wesentlichen erhalten.

Aufgabe ❷: Ist $\sqrt{3}$ eine rationale oder irrationale Zahl?
Der Beweis kann von den Schülern selbstständig analog zu Aufgabe 1 durchgeführt werden. Geometrische Veranschaulichung: $\sqrt{2}$ ist die Diagonale im Einheitsquadrat, $\sqrt{3}$ ist die Raumdiagonale im Einheitswürfel.
Aufgabe ❸: Ist $\sqrt{4}$ eine rationale oder irrationale Zahl?
Hier liegt die Antwort auf der Hand. $\sqrt{4}$ ist natürlich gleich 2 und

Nun werden Bedingungen weggelassen. Damit lässt sich auf einer neuen Ebene arbeiten – es wird **verallgemeinert**.

damit rational. Aber die Schüler sollen untersuchen, warum der Beweis für die Irrationalität hier versagt.

Wir variieren die Aufgabe ❶ durch Verallgemeinern.

Aufgabe ❹: Ist $\sqrt{p}$, p Primzahl, eine rationale oder irrationale Zahl?

Durch **Analogisieren** entsteht ein variiertes Problem, das auch so gelöst werden kann.

Aufgabe ❺: Ist $\sqrt{q}$, q Nichtquadratzahl, eine rationale oder irrationale Zahl?

Wir variieren nun den Exponenten:

Aufgabe ❻: Ist $\sqrt[3]{2}$ eine rationale oder irrationale Zahl?

Schließlich können weitere Variationen gefunden werden, indem man die vorgestellten Arbeitsschritte miteinander **kombiniert**.

Diese Fragestellung ergibt sich auch, wenn man das eingangs gestellte Problem »Verdopple die Fläche des Einheitsquadrats« variiert zu »Verdopple das Volumen des Einheitswürfels«, also von zwei auf drei Dimensionen übergeht. Man landet bei einem der drei klassischen Probleme, die bekanntlich nicht mit Zirkel und Lineal konstruktiv lösbar sind: Der Dreiteilung des Winkels, der Würfelverdoppelung und der Quadratur des Kreises.

Offene Problemstellung

Von einer kleinschrittigen zur offenen Problemstellung

Im Gegensatz zu vollkommen fremdbestimmten und bis ins kleinste Detail ausgeklügelten Arbeitsanweisungen bei Schülerexperimenten (etwa: Baue den Schaltplan nach – schließe den Schalter – beobachte das Amperemeter – trage die Werte ein – usw.) werden die Schüler mit einer offenen Problemstellung konfrontiert. Diese ist so formuliert, dass eine Lösungsstrategie zunächst nicht ersichtlich ist.

Beispiel: Schülerübung zur Induktionsspannung

Die Schüler haben in einem Vorversuch bereits herausgefunden, dass ein bewegter Stabmagnet in einer Spule Spannung erzeugt. Nun bekommen sie 4 Spulen (mit unterschiedlichen Windungszahlen), 4 Eisenkerne, einen Stabmagnet, ein Messgerät zur Spannungsmessung und ein paar Kabel. Die Aufgabe lautet nun:

Erzeuge eine möglichst große Induktionsspannung und dokumentiere dein Vorgehen (Schaltskizzen und kurze Beschreibungen).

Jetzt sind die Schüler auf sich selbst gestellt!

An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass eine enge Beziehung zwischen den Unterrichtsmethoden und der Aufgabenkultur besteht. Wie an diesem Beispiel ersichtlich, fordert eine veränderte Aufgabenstellung oft auch eine andere Arbeitsweise und eine andere Methodik im Unterricht.

Warum nicht einmal umgekehrt?

Fehler suchen

Der Alltag vieler Schüler ist geprägt durch Lösungssuche und eine anschließende Bewertung. Um die Situation einmal umzukehren bekommen die Schüler Lösungen und müssen deren Tragfähigkeit beurteilen. Oder sie werden sogar bewusst auf Fehlersuche geschickt.

➔ *Seite 68: Umgang mit Fehlern*

Kommafehler suchen

Beispiel aus der Chemie:

In die folgende Tabelle mit Siedetemperaturen verschiedener Stoffe haben sich vier Kommafehler eingeschlichen. Verbessere diese und gib den jeweiligen Wechselwirkungstyp zwischen den Teilchen an.

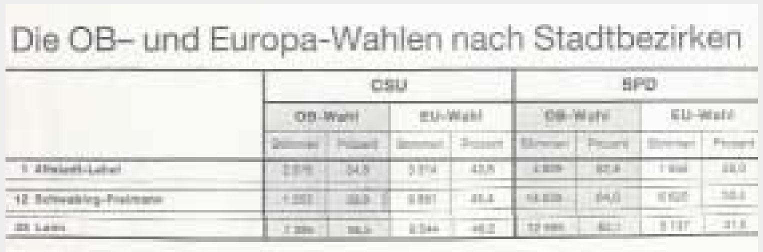
Stoff	Wasserstofffluorid	Aluminiumoxid	Stickstoff	Natrium Chlorid	Wasserstoffchlorid	Sauerstoff	Wasserstoffbromid
Formel	HF	Al_2O_3	N_2	NaCl	HCl	O_2	HBr
Siedetemp.	292,0 K	357,3 K	77,1 K	173,8 K	188,0 K	900 K	2,06 K

Und dies sollen die Schüler herausfinden:

Siedetemp.	292,0 K	357,3 K **3573 K**	77,1 K	173,8 K **1738 K**	188,0 K	900 K **90 K**	2,06 K **206 K**
		Das muss man wissen.		*Sonst wäre unser Tafelsalz nicht fest.*		*Dann wäre unser Sauerstoff flüssig oder fest.*	*Hier braucht man Chemiekenntnisse.*

Druckfehler suchen

Beispiel zur Prozentrechnung:



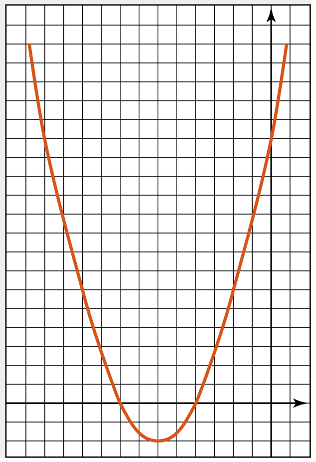
Im oben abgedruckten Ausschnitt aus einer Zeitung befindet sich ein Druckfehler. In der Aufgabe geht es um die Ergebnisse der OB-Wahl 1999. Dir fällt bestimmt auf, dass eine der Angaben falsch sein muss.

a) Welche der Zahlen ist falsch? **b) Berechne die richtige Zahl!**

Hier sollen die Schüler wieder Ergebnisse bewerten. Kann es sein, dass in Schwabing 1552 Stimmen 33,9% und 14239 Stimmen etwa dem Doppelten, nämlich 64% entsprechen?

Beschriftung eines Koordinatensystems

Beispiel zur quadratischen Funktion:
Warum sollen Schüler immer Graphen einzeichnen? Es geht auch umgekehrt: Die Schüler erhalten einen Graphen und dessen Funktionsterm und müssen nun das Koordinatensystem so beschriften, dass es sowohl zum Term als auch zum Graphen passt:
Beschrifte die Achsen so, dass die Parabel mit der Funktionsgleichung $y = 5x^2 + 20x + 10$ dargestellt wird.

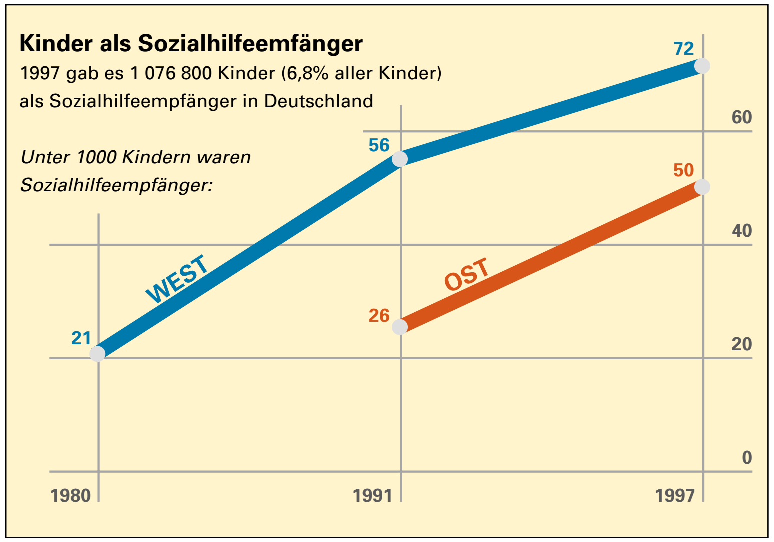


Mathematik im Alltag

Das »echte« Leben

Als Mathematiklehrer wird man immer wieder mit dem Vorwurf konfrontiert, man vermittle weltfremden Unterrichtsstoff, der im richtigen Leben nicht zu gebrauchen ist. Die Schüler empfinden viele Aufgabenstellungen als reine Beschäftigungstherapie. Es ist auch durchaus einleuchtend, dass lineare Funktionen mit den Problemen der Jugendlichen mitten in der Pubertät nichts zu tun haben.
Die Einbindung aktueller Themen aus der Zeitung oder dem Alltag kann die Motivation, sich mit bestimmten mathematischen Inhalten zu beschäftigen, deutlich erhöhen.
Mit folgendem Beispiel sehen die Schüler direkt ein, wie wichtig es ist, graphische Darstellungen kritisch zu prüfen. In einer überregionalen Tageszeitung war eine Graphik abgedruckt, die hier sinngemäß wiedergegeben wird:

Fehler im Diagramm



Und hier die Aufgabe:
Wie viele Kinder waren 1984 in Westdeutschland Sozialhilfeempfänger und welche Prognose lässt sich für das Jahr 2002 ableiten?

Ausgangspunkt ist die abgebildete Graphik. Diese soll zunächst mit den vorhandenen Daten neu erstellt werden. Beim Zeichnen des stückweise linearen Graphen halten viele Schüler plötzlich inne und vermuten, dass sie einen Fehler gemacht haben. Der oben abgebildete Knick existiert nämlich bei üblicher Zeichengenauigkeit überhaupt nicht.
Aber woran liegt es, dass die Graphik aus der Zeitung diesen Knick erhält?

Im Anschluss an eine Diskussion dieser Frage können z. B. weitere Fragen zur Prozentrechnung oder das Problem der lineare Näherungen thematisiert werden.

Fazit

Fazit

Unsere Erfahrung hat gezeigt, dass die beschriebenen Methoden des Aufgabeneinsatzes den Unterricht bereichern können. Viele Schüler reagieren sehr positiv, wenn sie selbst Fehler finden, wenn sie Aufgaben erstellen dürfen oder wenn sie bemerken, dass Mathematik und Naturwissenschaften nicht nur in der Schule stattfinden.
Dazu braucht man Werkzeuge. Wer nicht Prozentrechnen kann, wer den Umgang mit Geradengleichungen nicht beherrscht, der wird auch zu den eigentlichen Problemstellungen nicht durchdringen. Deshalb steht für uns auch die Notwendigkeit des Übens und Routinisierens außerhalb jeder Debatte[6].
Allerdings gilt hier: Mit einem Ziel vor Augen bzw. auf der Suche nach der Lösung eines interessanten Problems werden sich die Schüler bestimmte Hilfsmittel eher aneignen, als wenn sie den Hinweis bekommen, dass diese Inhalte in ein paar Jahren einmal wichtig sein werden.

➔ *Seite 36: Sichern von Grundwissen*

6_Viele Anregungen dazu bietet die Handreichung des ISB **»Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur«**. Dort beschäftigen sich die ersten 60 Seiten mit genau diesem Thema.