Von Sebastian Berger
und Heiner Kilian

Aufgabenstellungen zur Förderung der Schüleraktivität

Ausgangsbasis für die Weiterentwicklung des Unterrichts im Rahmen des Programms SINUS-Transfer war die Identifikation von Problemfeldern, die den beteiligten Lehrkräften bei einer Analyse von Schülerleistungen und einer Reflexion des eigenen Unterrichts aufgefallen waren. Anschließend wurden Konzepte zur Behebung der Defizite erarbeitet und konkrete Unterrichtsmaterialien erstellt. Die Erprobung dieser Materialien sowie der anschließende Erfahrungsaustausch stellten sich als sehr fruchtbar heraus.
Viele Lehrkräfte bemängelten die „Konsumhaltung“ der Schülerinnen und Schüler in der Mittel- und Oberstufe, gekoppelt mit der Scheu davor, Fehler zu machen. Zudem wurde beklagt, dass viele Lernende alte Grundaufgaben nicht lösen können, insbesondere bei Einbindung in einen komplexeren Zusammenhang und dass Sachverhalte zu früh abstrahiert werden, obwohl noch keine konkreten Vorstellungen entwickelt sind.
Die Lehrkräfte setzten sich zum Ziel, diese Problemfelder durch Steigerung der Selbsttätigkeit positiv zu verändern. Die Eigenaktivität der Lernenden wird als Grundlage für den Erwerb neuen Wissens gesehen. Durch intensive Beschäftigung mit vorbereitetem Material soll Gelerntes nachhaltig verfügbar bleiben.

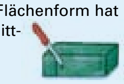
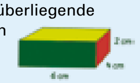
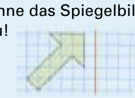
Unter dem Titel „Aufgabenstellungen zur Förderung der Eigenaktivität“ wurde eine Vielzahl an Materialien erstellt, die zum Erreichen der genannten Zielsetzungen beitragen sollen. Ansatzpunkte waren hierbei z. B. das Arbeiten mit Modellen, das Finden eigener Lösungswege, mathematische Spiele, der Einsatz von interaktiven Arbeitsblättern am Computer, Heimversuche sowie materialgestützte Übungsphasen. Im Folgenden werden einige dieser Materialien vorgestellt. Zusätzliche Materialien sind im Internet unter **www.sinus-bayern.de** abrufbar.

Spiele und Wettbewerbe

Vor allem in der Unterstufe lassen sich die Schülerinnen und Schüler besonders leicht zum Arbeiten motivieren, wenn die Beschäftigung mit mathematischen Inhalten als Spiel oder Wettbewerb organisiert wird.

Beispiel[1]:
In Anlehnung an das früher sehr beliebte Fernsehquiz „Der große Preis“ wurde ein mathematischer Wettbewerb konzipiert, der zu Beginn des Schuljahres in Jahrgangsstufe 5 eingesetzt werden kann. Dabei kommt ein Aufgabenblatt zum Einsatz, mit dem die Schülerinnen und Schüler in den Themenbereichen Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division natürlicher Zahlen, Geometrie, Rechnen mit Größen und Sachaufgaben ihre Vorkenntnisse aus der Grundschule anwenden und wiederholen können.

1_Von Kerstin Beyer, Günther Leidenberger, Rosemarie Neuner-Ramming, Ursula Raum und Ute Wania-Olbrich

	Addition/Subtraktion	Multiplikation/Division	Geometrie	Rechnen mit Größen	Sachaufgaben
10	Ergänze die fehlenden Ziffern: □ 2 8 □ - 3 5 □ 9 3 □ 6 4	Berechne: 5000 · 700	Hier sind die Zahlen gespiegelt. Welche Zahlen sind es? 	Ergänze auf eine Tonne: 632 kg + □	Jan, Stefan, Tim und Anja machen einen Staffellauf. Jan läuft 30 s. Die anderen 32 s, 35 s und 38 s. Wie viele Minuten und Sekunden brauchen die vier insgesamt?
20	Wie heißt die Zahl? 1 ZT + 5 H + 38 Z + 6 E	Dividiere 833 : 17	Ein Quader hat .... Ecken, ... Kanten und .... Flächen	Eine Bahnreise dauert 72 Stunden. Gib dies in Tagen an!	Herr Haller hat 100 Ballen Stroh und 85 Ballen Heu bestellt. Ein Ballen wiegt 18 kg. Wie viel wiegen alle Ballen?
30	Welche Zahlen fehlen in der Zahlenreihe? 15, 19, 23, ..., 51	45 · 1359 =	Welche Flächenform hat die Schnittfläche? 	Ein 10 Euro Schein ist 12,8 cm lang. Wie lang sind 30 Euro?	Frau Meyer braucht für einen Kuchen ein Achtel Liter Milch. Wie viele Milliliter Milch braucht sie, wenn sie 2 Kuchen backen will?
40	765432 – 332667 =	3 · 604 – 4 =	Zeichne zu diesem Quader ein Netz und färbe gegenüberliegende Flächen gleich! 	Schreibe in g: 14 kg =	Horst bekommt in der Woche 1,40 Euro Taschengeld. Wie viel Taschengeld bekommt er in 10 Tagen?
20	Ergänze die fehlende Zahl: 690 + ... = 762	Du sollst 98 · 7 im Kopf rechnen. Wie gehst du dabei vor?	Zeichne ein Rechteck mit der Länge 8 cm und der Breite 4 cm und verkleinere dann im Maßstab 1 : 2!	Größer, kleiner oder gleich? $\frac{1}{4}$ l □ 400 ml	Hanny kauft drei Tüten Milch für 75 Cent, eine Butter für 1,27 Euro und 6 Lutscher für 0,15 Euro. Wie viel bekommt sie zurück, wenn sie mit einem 10 Euroschein bezahlt?
60	Ergänze die fehlenden Zahlen: 	53738 : 7 =	Übertrage die Figur auf ein kariertes Blatt und zeichne das Spiegelbild dazu! 	Es ist jetzt 15:48 Uhr. Wie spät wird es in 1 Stunde und 15 Minuten sein?	Anne kauft eine 1,5 Liter Flasche Cola für 1,08 Euro. Tim kauft eine 1 Liter Flasche für 0,79 Euro. Wie viel Euro zahlt Anne weniger für 1 Liter als Tim?
70	Ergänze die fehlenden Zahlen: Zahl | 100 | 325 | 450 | 575 | 850 Zahl + 125 | 225 | | | |	Überschlage: 6000 · 58	Wie sieht der Buchstabe nach einer Vierteldrehung aus? 	Schreibe in cm: 705 m 3 dm 20 cm =	Frau Vogel bestellt aus einem Katalog einen Teppich für 564 Euro und ein Fernsehgerät für 1899 Euro. Sie begleicht die Rechnung in drei Raten zu je 109 Euro. Den Rest will sie im nächsten halben Jahr monatlich abzahlen. Wie hoch ist die Rate?
80	Welche Zahl muss man zu 7318 hinzuzählen, um 10003 zu erhalten?	Wenn ich die Hälfte einer Zahl durch 15 teile und zu diesem Ergebnis 460 dazuzähle, dann erhalte ich 1000. Wie heißt die Zahl?	Wie viele Würfel wurden zum Bau dieses Würfelgebäudes verwendet? 	Es ist jetzt 11:15 Uhr. Wie spät war es vor 83 Minuten?	Eine Ausstellung wurde an 4 Tagen von ingesamt 552 Personen besucht. Ein Viertel der Besucher kam am ersten Tag, am zweiten war es ein Sechstel. Am dritten Tag nahmen halb so viele Personen teil wie am ersten und zweiten Tag zusammen. Wie viele Personen kamen am vierten Tag?

Sie arbeiten dabei in Gruppen und sollen in vorgegebener Zeit möglichst viele Punkte „errechnen“. Dazu können sie aus den 5 Themengebieten Aufgaben in verschiedenen Schwierigkeitsgraden auswählen. Je schwieriger eine Aufgabe ist, desto mehr Punkte sind durch ihre Lösung erreichbar (vgl. 1. Spalte auf dem Aufgabenblatt). Eventuell kann man die Vorgabe machen, dass in jeder Spalte mindestens zwei Aufgaben bearbeitet werden müssen. Die Lösungen werden auf einem Arbeitsblatt eingetragen, das dieselbe Tabelle enthält wie die Spielvorlage. Dieses Blatt wird dann vom Lehrer eingesammelt und ausgewertet.
Die Spielzeit beträgt etwa 30 Minuten, weitere 1–2 Unterrichtsstunden sind für eine ausführliche Nachbesprechung nötig, bei der insbesondere auf die beobachteten Schwächen eingegangen werden sollte.

Selbständiges Erstellen von Arbeitsmaterialien

Einen besonders hohen Grad der Eigenaktivität erleben die Schülerinnen und Schüler, wenn sie Arbeitsmaterialien ganz oder teilweise selbst herstellen. Im Fach Physik bietet sich hier besonders das selbständige Bauen einfacher Geräte an, das zu einer Förderung des Verständnisses für deren Funktionsweise und damit auch für grundlegende physikalische Zusammenhänge beiträgt. Im folgenden Beispiel wird eine entsprechende Aufgabenstellung vorgestellt.
Auch im Mathematikunterricht bieten sich verschiedene Gelegenheiten für eine derartige Vorgehensweise. Als gewinnbringend hat sich zum Beispiel das Basteln geometrischer Grundkörper herausgestellt, die dann zur Veranschaulichung herangezogen werden können. Sehr positive Erfahrungen wurden auch mit dem anschließend beschriebenen Erstellen und Einsatz eines Geobretts gemacht.

Beispiel: Kraftmesser

Heimversuch: Planung, Bau und Erprobung eines einfachen Kraftmessers von Alfred Schmitt
Unter den Schülerinnen und Schülern der Physik-Einstiegsklasse wurde ein Wettbewerb ausgeschrieben:

> „Plane, baue und erprobe zu Hause einen einfachen Kraftmesser. Bestimme auch den Einsatzbereich deines Gerätes.“

Neben der möglichen Benotung und der Auslobung von Preisen war es für die jungen „Forscherinnen und Forscher“ ein Ansporn, ihre Kreativität und die Genauigkeit sowie die Funktionalität ihrer Geräte der Jury, bestehend aus dem Leistungskurs Physik sowie den Referendarinnen und Referendaren des Physik-Seminars, unter Beweis zu stellen. Die Lernenden setzten sich bei ihren Arbeiten intensiv mit dem Kraftbegriff auseinander und erfassten Kräfte nicht nur theoretisch, sondern spürten bei der Überprüfung ihrer Kraftmesser auch verschieden große Kräfte. Nebenbei wurden die Schülerinnen und Schüler an naturwissenschaftliche Arbeitsweisen herangeführt, wenn sie durch wiederholtes Messen ihre Geräte verbesserten und ihr Vorgehen protokollierten.

Beispiel: Geobrett[2]

Bevor die Schülerinnen und Schüler im Geometrieunterricht Figuren, Flächen und Winkel untersuchen, stellen sie zu Hause nach einer bereitgestellten Bastelanleitung mit Materialien aus dem Heimwerkermarkt ein sogenanntes Geobrett her, das ihnen häufig bereits aus der Grundschule vertraut ist.

Abb.[3]: Geobrett

Im Unterricht untersuchen sie dann anhand entsprechender Arbeitsblätter nacheinander in jeweils zwei Unterrichtsstunden Eigenschaften von Figuren, Inhalte von Flächen und Winkelgrößen.
Dabei haben die Lernenden Gelegenheit, kreativ zu arbeiten, Zusammenhänge selbständig zu erfahren und ihr geometrisches Vorstellungsvermögen am konkreten Objekt zu schulen. Das Geobrett ermöglicht es, verschiedene Wahrnehmungskanäle zu nutzen und somit verschiedene Lerntypen anzusprechen: Die Schülerinnen und Schüler handeln mit den eigenen Händen, betrachten die aufgespannten Figuren, übertragen sie als Zeichnung ins Heft und beschreiben ihre Ergebnisse schriftlich. Anhand von Lösungsblättern können sie ihre Ergebnisse eigenständig überprüfen und erhalten somit sofortige Rückmeldung zu ihrer Arbeit. Bastelanleitung, Arbeits- und Lösungsblätter sind unter **www.sinus-bayern.de** verfügbar.
Außerdem kann das Geobrett auch in den folgenden Jahrgangsstufen weiter verwendet werden, um experimentell Gesetzmäßigkeiten an Figuren zu entdecken oder zu veranschaulichen.

Auf dem gleichen Prinzip beruht auch die vom Verein MUED e. V. (**www.mued.de**) angebotene MEXBOX (Mathematik-Experi-

2_Von Elke Frey, Roland Grebner und Karl-Willi Strobel-Rötter
3_Aus: **Das Zahlenbuch 5**, Klett und Balmer; Zug 1999

mentier-Box).
Im zugehörigen Arbeitsheft finden sich Anleitungen zum Einsatz des Steckbrettes bei den Themen Geometrie, Bruchrechnung, Prozentrechnung, Kreisgeometrie, Lineare Funktionen und Trigonometrie.

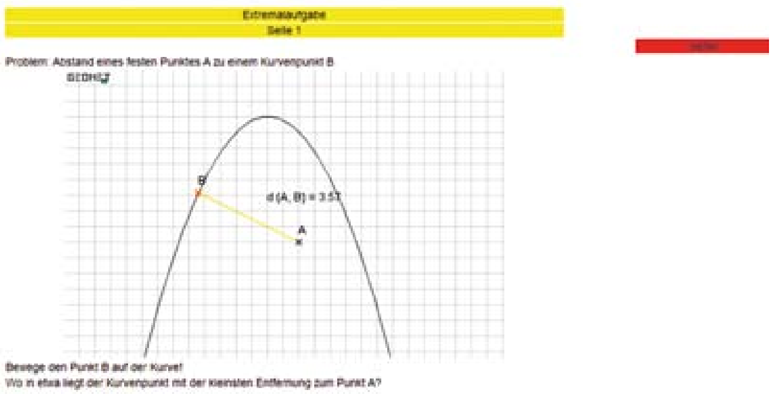
Interaktive Arbeitsblätter

Mit dem folgenden Beispiel soll auf eine Möglichkeit eingegangen werden, die Eigenaktivität der Lernenden mit Computereinsatz zu fördern. Interaktive Arbeitsblätter, bei denen die Schülerinnen und Schüler über Links erforderliches Grundwissen, diverse Hilfestellungen sowie Kontrollergebnisse abrufen können, sind in hohem Maß geeignet, die selbständige Bearbeitung komplexerer Problemstellungen zu unterstützen.

Beispiel: Extremalaufgabe
Abstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen[4]

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten hier – angeleitet durch 4 unter **www.sinus-bayern.de** bereitgestellte HTML-Arbeitsblätter – selbständig eine Lösung der Extremalaufgabe, den Abstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen zu bestimmen. Für die Bearbeitung sind mindestens drei Unterrichtsstunden einzuplanen, in denen die Klasse ausschließlich an Computern arbeitet. Als Voraussetzung sollten die Schülerinnen und Schüler Polynomfunktionen ableiten und Extremwerte berechnen können.

Arbeitsblatt 1:

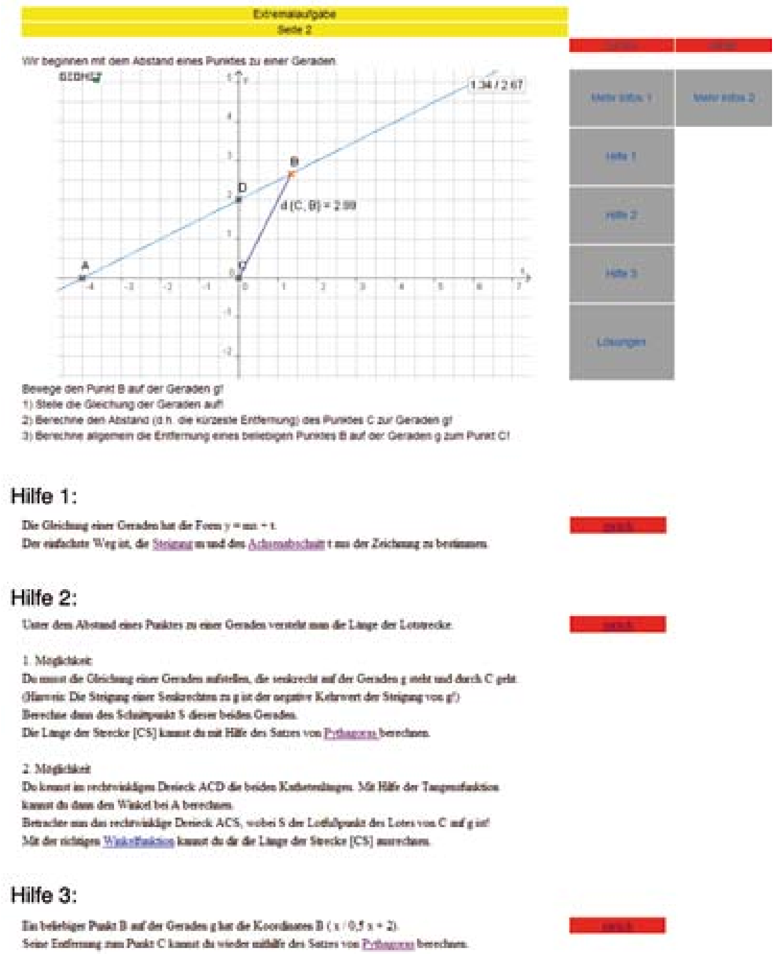


Dieses Blatt dient der Einführung in die Thematik. Die Schüler betrachten den Abstand eines vorgegebenen Punkts von einem Punkt,

4_Von Thomas Tippelt

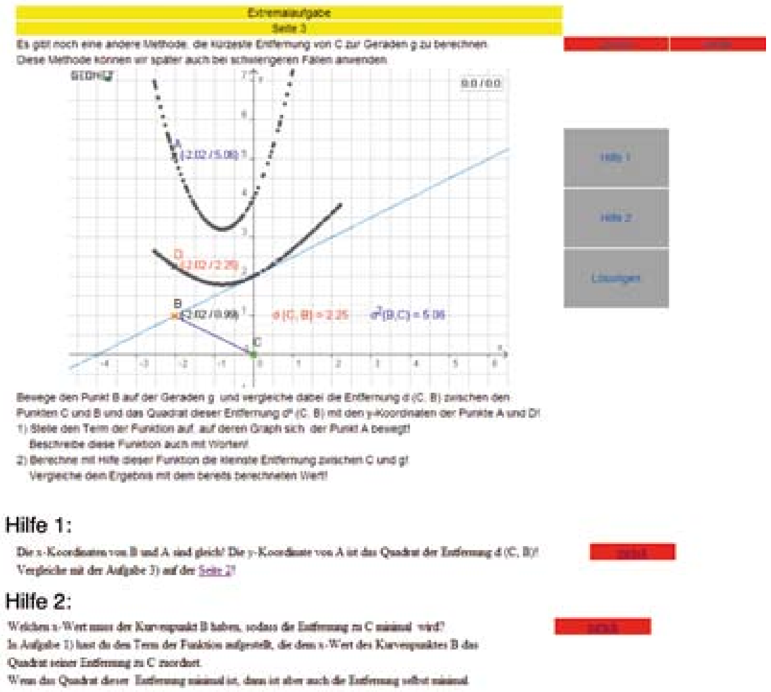
der auf einer Parabel bewegt werden kann. Sie ermitteln dabei experimentell die Lage des Parabelpunkts, für den dieser Abstand minimal wird.

Arbeitsblatt 2:
Hier ist zunächst mit Hilfe geometrischer Überlegungen der Abstand des Ursprungs von einer gegebenen Geraden zu untersuchen. Anhand dieser Aufgabe sollen die Lernenden anschließend den funktionalen Zusammenhang zwischen der x-Koordinate eines Geradenpunkts und dessen Entfernung vom Ursprung erkennen. Mit den Links „Mehr Infos 1“ und „Mehr Infos 2“ können die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf das erforderliche Grundwissen zur Geradengleichung und zur Ermittlung des Abstandes zweier Punkte im Koordinatensystem auffrischen. Darüber hinaus können sie mehrere Hilfestellungen abrufen, mit denen eine eigenständige Lösung der Aufgaben gelingen sollte. Schließlich können sie ihre Ergebnisse selbständig kontrollieren.



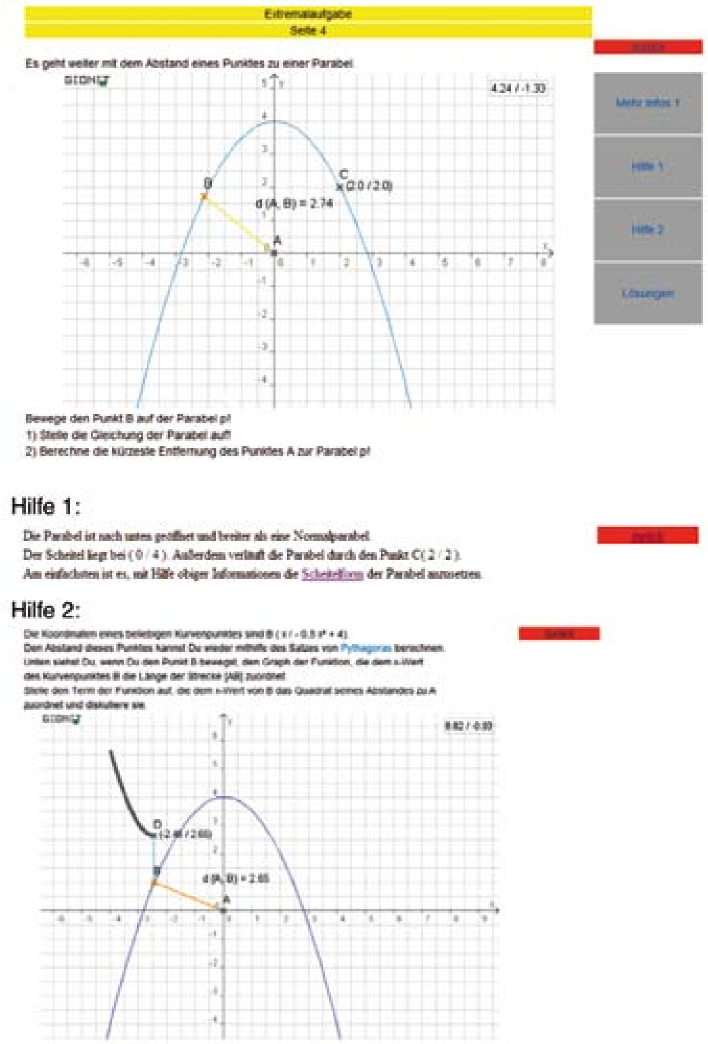
Arbeitsblatt 3:

Der in Arbeitsblatt 2 erarbeitete funktionale Zusammenhang zwischen der x-Koordinate eines Geradenpunkts und dessen Abstand d bzw. dem Quadrat dieses Abstands d^2 vom Ursprung wird hier weiter verdeutlicht, indem die Graphen der beiden entsprechenden Funktionen Punkt für Punkt entwickelt werden. Im Anschluss daran wird der Abstand des Ursprungs von der gegebenen Geraden analytisch ermittelt. Auch hier wird der Lernerfolg durch zwei Hilfe-Links und die Möglichkeit des Ergebnisvergleichs unterstützt und abgesichert.



Arbeitsblatt 4:

Hier werden die bisherigen Erkenntnisse auf das Problem der Bestimmung des Abstands des Ursprungs von einer Parabel übertragen. Bei Bedarf sind Informationen zur Aufstellung der Scheitelform quadratischer Funktionen sowie zwei Hilfestellungen abrufbar.



Dieser interaktive Weg eröffnet den Lernenden die Möglichkeit, trotz steigenden Abstraktionsgrads jederzeit zurückspringen zu können, um sich bei Verständnisproblemen erneut die Situation in einfacherer Konstellation klarzumachen. Außerdem kann man innerhalb der Arbeitsblätter stets mit Hilfe der Maus einen Punkt auf dem jeweiligen Graphen bewegen und dabei den gemessenen Abstand des gegebenen Punkts vom aktuellen Graphenpunkt ablesen. Das heißt, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungsansätze zu jedem Zeitpunkt quantitativ kontrollieren können.