**Mathematik** **Fachoberschule/Berufsoberschule** **Jgst. 11/12**

# Partnerpuzzle zu quadratischen Funktionen

Mit der Methode „Partnerpuzzle“ wird die Bestimmung der Nullstellen und des Scheitelpunktes von quadratischen Funktionen erarbeitet bzw. wiederholt. In zwei Gruppen erwerben die Schülerinnen und Schüler zunächst arbeitsteilig Wissen, das sie sich in einer zweiten Phase gegenseitig vermitteln und anschließend bei der Lösung verschiedener Aufgaben einsetzen.

Die Schüler/innen der beruflichen Oberschulen beginnen mit sehr unterschiedlichen Vorkenntnissen und Eingangsvoraussetzungen (Realschule, Gymnasium, Beruf).

So wird an einigen Realschulen der Taschenrechner zur Lösung quadratischer Gleichungen verwendet, Schüler/innen des M-Zuges hingegen nutzen häufig die Methode der quadratischen Ergänzung.

Ziel dieser Lerneinheit ist es, alle Lernenden mit den verschiedenen Methoden zur Berechnung von Nullstellen bei quadratischen Funktionen vertraut zu machen sowie die Berechnung des Scheitelpunktes einer Parabel zu erarbeiten bzw. zu wiederholen.

Durch den Einsatz der Methode „Partnerpuzzle“ können die unterschiedlichen Voraussetzungen der Schüler/innen zur gegenseitigen Hilfe verwendet werden. Dabei werden die sozialen Kompetenzen und die Selbständigkeit der Lernenden gestärkt.

Hierzu wurde der Lernstoff in zwei gleichwertige Teilgebiete aufgeteilt:

**Teil I:** Scheitelpunktberechnung, Scheitelform, Wertemenge und Einfluss des Öffnungsfaktors (vgl. Lesetext A)

**Teil II:** Unterschiedliche Lösungsarten von quadratischen Gleichungen, Berechnung von Nullstellen bei quadratischen Funktionen (vgl. Lesetext B)

Die Lerneinheit ist in verschiedene Arbeitsphasen untergliedert:

## 1. Aneignungsphase

Die Klasse wird in zwei gleich große Gruppen A und B aufgeteilt. Die Gruppe A erhält ausschließlich den Lesetext A und die Gruppe B ausschließlich den Lesetext B.
Innerhalb der Gruppen eignen sich jeweils 2 Schüler/innen, die als Expertenpaar bezeichnet werden, den kompletten Lernstoff ihrer Gruppe an.
Dafür erhalten beide Gruppen konkrete Arbeitsaufträge:

- Lesen Sie den Text genau und markieren Sie beim Wiederholen die wichtigsten Informationen farbig.
- Erstellen Sie zusammen mit Ihrem Partner eine Überblicksinformation (Advance Organizer) und erklären Sie sich wechselseitig den Lernstoff.

## 2. Vermittlungsphase

Aus jeweils einem Experten der Gruppe A und einem der Gruppe B werden Puzzlepaare gebildet mit dem Auftrag, sich ihr Expertenwissen wechselseitig zu vermitteln. Dabei sollte ausschließlich der selbst erstellte Advance Organizer verwendet werden.

- Vermitteln Sie Ihrem Partner Ihr Expertenwissen.
  Verwenden Sie dazu den von Ihnen erstellten Advance Organizer.

## 3. Verarbeitungsphase

Die Puzzlepaare (aus der Vermittlungsphase) unterstützen sich gegenseitig bei der Lösung von verschiedenen Aufgaben (z. B. Schulbuch oder eigenes Arbeitsblatt).

- Lösen Sie zusammen mit Ihrem Partner die folgenden Aufgaben.

## 4. Möglichkeit zur Nacharbeit

Damit jeder Lernende die Möglichkeit zur Nacharbeitung dieser Einheit hat, kann er sich am Ende der Stunde den jeweils anderen Lesetext abholen.

## Ergebnisse

Die Schülerselbständigkeit während dieser Stunden war sehr hoch. Die Schüler arbeiteten konzentriert und mit großem Eifer.
Meine Lehrerrolle hat sich durch den Einsatz der Partnerpuzzlemethode stark verändert. Natürlich ist der Vorbereitungsaufwand für das erstmalige Erstellen solcher Lesetexte hoch, für die folgenden Schuljahre sind jedoch nur noch geringe Veränderungen nötig. Während der Unterrichtsstunde musste ich nur die sogenannten Gelenkstellen (Übergänge der einzelnen Phasen) organisieren. Dadurch blieb mir genügend Zeit, die Schüler/innen zu beobachten und einzelne gezielt zu unterstützen.

## Fazit

Die Erstellung eines Advance Organizers wurde nicht von allen Lernenden als sinnvoll erachtet: „Warum soll ich das noch mal schreiben, wenn es eh‘ schon hier steht“. Als Alternative plane ich deshalb anstelle des Advance Organizers die Verwendung von Schlüsselbegriffskärtchen (siehe Anlage „Strukturlegetechnik“, Abb. 1 und 2). Hierbei erhalten die Schüler/innen bei der nächsten Durchführung dieser Stunde Kärtchen mit wichtigen Begriffen, die sie dann zu einer sinnvollen Struktur legen sollen. In Anschluss daran erhalten sie den Auftrag, sich die gelegten Strukturen wechselseitig zu erklären. Nach meinen Erfahrungen kommunizieren Schüler/innen beim Legen von Strukturen deutlich mehr als bei anderen Methoden.

Verfasser: Franz Roßmann, Staatliche Fachoberschule und Berufsoberschule Augsburg

Bildnachweis: alle Fotos Franz Roßmann

Anlagen: Lesetexte, mögliche Ergebnisse der Strukturlegetechnik, Kärtchenvorlagen

**Lesetext A:**

# Quadratische Funktionen – Parabeln

**A**

Eine Funktion mit der Gleichung $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a,b,c \in IR, a \neq 0)$ heißt quadratische Funktion. Ihr Graph ist eine Parabel.
Der höchste bzw. niedrigste Punkt der Parabel heißt Scheitel oder Scheitelpunkt $S(x_s; y_s)$.
Für die Berechnung der Scheitelkoordinaten müssen Sie sich die Formel: $x_s = -\frac{b}{2a}$ merken. (Sie steht nicht in der FS). Dafür brauchen Sie die quadratische Ergänzung nicht anwenden.
Tipp: $x_s$ entspricht der Lösungsformel für quadratische Gleichungen ohne Wurzel.
Den Funktionswert $y_s$ berechnen Sie, indem Sie $x_s$ in den Funktionsterm einsetzen:
$y_s = f(x_s)$.
Mit Hilfe der Scheitelkoordinaten lässt sich jede quadratische Funktion in der Scheitelform $f(x) = a\left(x - x_s\right)^2 + y_s$ schreiben. (Beweis mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, vgl. S. 51).

Für die Angabe der Wertemenge \W ist zuerst der Funktionswert des Scheitels $y_s$ zu ermitteln und anschließend der Öffnungsfaktor a (wird auch Leitkoeffizient genannt) der Parabel zu betrachten.
Die Parabel ist nach oben geöffnet, falls a > 0 ist $\Rightarrow$ \W = $[y_s;\infty[$
Die Parabel ist nach unten geöffnet, falls a < 0 ist $\Rightarrow$ \W = $]-\infty; y_s]$
($\pm\infty$ wird in der Intervallschreibweise immer ausgeschlossen).
Ist a > 1 oder a < – 1 , so wird die Parabel gestreckt. Ihr Graph ist schlanker.
Ist – 1< a < 1 $(a \neq 0)$, so wird die Parabel gestaucht. Ihr Graph wird breiter.

**Lesetext B:**

# Quadratische Funktionen – Parabeln

B

Eine Funktion mit der Gleichung $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \in IR, a \neq 0)$ heißt quadratische Funktion. Ihr Graph ist eine Parabel.
Sehr häufig müssen Sie die Nullstellen von quadratischen Funktionen berechnen, dabei sollten Sie **drei Arten** von quadratischen Gleichungen unterscheiden:

1. reinquadratische Gleichungen: $ax^2 + c = 0 \qquad (b = 0)$
   Lösung durch **UMFORMEN**
   z. B.: $3x^2 - 9 = 0 \;\Leftrightarrow\; 3x^2 = 9 \;\Leftrightarrow\; x^2 = 3 \;\Leftrightarrow\; x_1 = \sqrt{3} \quad x_2 = -\sqrt{3}$
   Achtung: durch das Radizieren (Wurzel ziehen) ergeben sich **zwei Lösungen**
2. Gleichungen ohne konstantes Glied: $ax^2 + bx = 0 \qquad (c = 0)$
   Lösung durch **x AUSKLAMMERN**
   z. B.: $3x^2 - x = 0 \;\Leftrightarrow\; x(3x - 1) = 0 \;\Leftrightarrow\; x_1 = 0 \quad 3x_2 - 1 = 0 \;\Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{3}$
3. Gleichungen der Form: $ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$
   Lösung durch die **MITTERNACHTSFORMEL** (MNF)
   $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ FS S. 18 auswendig lernen!!!
   (Beweis mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, vgl. S. 55.)
   Der Radikand (Wurzelinhalt) $b^2 - 4ac$ heißt Diskriminante D.
   Durch D wird die Anzahl der Lösungen bestimmt:
   D > 0 $\Rightarrow$ 2 Lösungen, D = 0 $\Rightarrow$ 1 Lösung, D < 0 $\Rightarrow$ keine Lösung
   z. B.: $2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2}$

## Strukturlegetechnik:

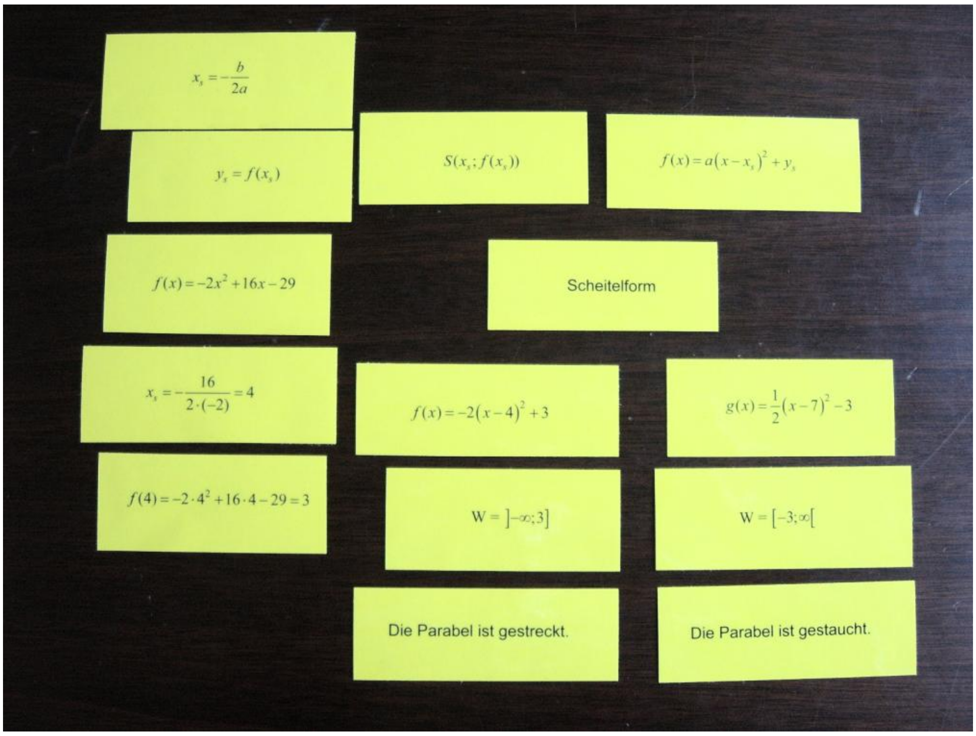


Abb. 1: Eine mögliche Struktur aus den Schlüsselbegriffskärtchen zu Lesetext A

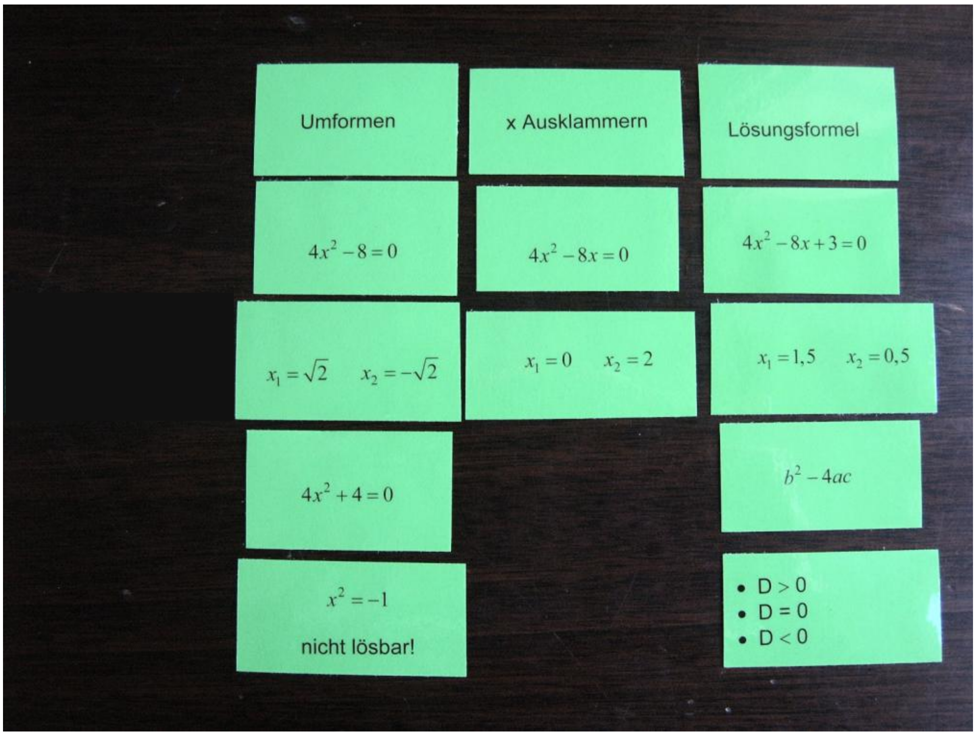


Abb. 2: Eine mögliche Struktur aus den Schlüsselbegriffskärtchen zu Lesetext B

| | |
|---|---|
| $x_s = -\frac{b}{2a}$ | $y_s = f(x_s)$ |
| $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ | Scheitelform |
| Die Parabel ist gestreckt. | $S(x_s; f(x_s))$ |
| Die Parabel ist gestaucht. | $\mathrm{W} = \; -\infty; 3$ |
| $\mathrm{W} = \; -3; \infty$ | $g(x) = \frac{1}{2}(x - 7)^2 - 3$ |
| $f(x) = -2(x - 4)^2 + 3$ | $f(x) = -2x^2 + 16x - 29$ |
| $x_s = -\frac{16}{2 \cdot (-2)} = 4$ | $f(4) = -2 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 - 29 = 3$ |

| | |
|---|---|
| Umformen | x ausklammern |
| Lösungsformel | |
| $b^2 - 4ac$ | • D $>$ 0<br>• D = 0<br>• D $<$ 0 |
| $4x^2 - 8 = 0$ | $x_1 = \sqrt{2}$ $x_2 = -\sqrt{2}$ |
| $4x^2 + 4 = 0$ | $x^2 = -1$<br>nicht lösbar! |
| $4x^2 - 8x = 0$ | $x_1 = 0$ $x_2 = 2$ |
| $4x^2 - 8x + 3 = 0$ | $x_1 = 1{,}5$ $x_2 = 0{,}5$ |